

Z22Riccati-Gleichung:

$$y' = y^2 - (2x+1)y + \underbrace{1+x+x^2}$$

↑
quadratisch

Nur von x abhängig

(wenn der Term verschwindet
liegt eine Bernoulli-DGL vor)

Lösung raten! (Ansatz x^α)

Probieren $y_p(x) = x$ als Lösung

$$y_p'(x) = 1$$

Einsetzen: $x^2 - 2x^2 - x + 1 + x + x^2 = 1 \quad \checkmark$

Löse zugeordnete Bernoulli-Gleichung

$$u' = u^2 - (2x+1)u + 2x \cdot u \quad (*)$$

$\underbrace{y_p}_{\text{YP}} \cdot \{\text{Faktor von } y^2\}$
Hier $y_p = x$, $\{\text{Faktor}\} = 1$

Transformation wie üblich $z = \frac{1}{u}$

$$\Rightarrow z' = -1 + z \Rightarrow z' - z = -1$$

$$\Rightarrow z(x) = 1 + C e^x, \quad C \in \mathbb{R}$$

Lösung der Riccatigleichung ist dann immer:

$$y = y_p + u$$

$$y(x) = x + \frac{1}{1 + C e^x}, \quad C \in \mathbb{R}$$