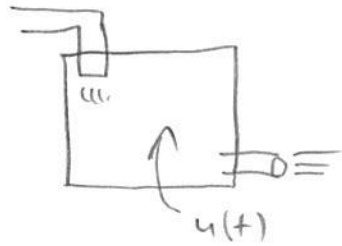


221

(a) DGL gesucht!

Man überlege sich den Versuchsaufbau!



Man findet dann für die Änderung des (absoluten) Salzgehaltes:

$$\Delta u = -\frac{1}{100 \text{ min}} \cdot u(t) \cdot \Delta t + 2 \frac{\text{kg}}{\text{min}} \cdot \Delta t$$

und die Änderungsrate:

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = -\frac{1}{100 \text{ min}} \cdot u(t) + 2 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

Da der Prozess kontinuierlich ist, ergibt der Grenzwert $\Delta u, \Delta t \rightarrow 0$ Sinn. Daraus folgt die DGL:

$$u' = a u + b \quad , \quad \text{mit } a = -\frac{1}{100 \text{ min}} \quad , \quad b = 2 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

Lineare DGL mit Lösung

$$u(t) = \left(200 - 150 e^{-\frac{t}{100 \text{ min}}} \right) \cdot \text{kg} \quad , \quad (u(0) = 50 \text{ kg})$$

(b) Neue DGL: $u' = \tilde{a}(t) \cdot u + \tilde{b}$

Lösung:

$$u(t) = 200 + t - \frac{150}{\left(1 + \frac{t}{200}\right)^2}$$