

Z11

Das Volumen ist:

$$V = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\int_0^{2\cos(\varphi)} \left(\int_{-\sqrt{4-r^2}}^{\sqrt{4-r^2}} r \, dz \right) dr \right) d\varphi$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\int_0^{2\cos(\varphi)} 2r\sqrt{4-r^2} \, dr \right) d\varphi$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[-\frac{2}{3} (4-4\cos^2\varphi)^{3/2} + 2 \cdot \frac{8}{3} \right] d\varphi$$

$$= -\frac{2}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (4-4\cos^2\varphi)^{3/2} d\varphi + 2 \cdot \frac{8}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi$$

$-\frac{16}{3} + 16 \quad (*)$

$$= 8 \cdot \left[\frac{2\pi}{3} - \frac{8}{9} \right]$$

(*) mit $\sin^2 + \cos^2 = 1$
und part. Integration
zu lösen!

[vgl. das Ergebnis mit
dem Wikipediaartikel
zum Vivianischen Körper!]