

Z 10 Banachscher Fixpunktsatz ist anwendbar, denn

$$(a) f([1,2]) \subseteq [1,2]$$

$$(b) f'(x) = \frac{1}{x+2} \Rightarrow |f'(x)| \leq \frac{1}{3} =: q < 1$$

$$x_0 = 1,5, \quad x_1 = \ln(3,5) = 1,2527\dots$$

Die a-priori-Abschätzung besagt: (a Fixpunkt)

$$|x_n - a| \leq \frac{q^n}{1-q} |x_1 - x_0| < \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^n < \frac{2}{3} |x_1 - x_0|^{-1} \cdot \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{1}{3}\right) < \ln\left[\frac{2}{3} \cdot \varepsilon |x_1 - x_0|^{-1}\right]$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln[\dots]}{\ln\left[\frac{1}{3}\right]}, \quad \text{da } \ln\left[\frac{1}{3}\right] < 0$$

$$\Leftrightarrow n > 9,6\dots, \quad \text{da } |x_1 - x_0| < 0,26$$

Wähle $n = 10$

$$\underline{x_{10} = 1,146196}$$