

Ergänzung zu A32

$$\text{DGL: } F_x dx + F_y dy = 0$$

(vollständige Differentialgleichung)

Warum sind die Lösungen durch die Niveaulinien gegeben?

Wähle eine Kurve $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ und setze ein:

$$F_x(\gamma(t)) \cdot \gamma_1'(t) + F_y(\gamma(t)) \cdot \gamma_2'(t) = 0$$

(nach Definition von
Differentialform längs
einer Kurve γ)

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt} [F(\gamma(t))] = 0 \quad (\text{nach Kettenregel})$$

$$\Leftrightarrow F(\gamma(t)) = c, \quad c \in \mathbb{R}$$

D.h. eine Lösung der ursprünglichen DGL " $F_x + F_y \cdot \gamma' = 0$ "

erfüllt:

$$F(x, \gamma(x)) = c \quad \forall x \in \text{Intervall.}$$