<u>Beh:</u> $\det(\lambda \mathbb{1}_n - A) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^n + \cdots + a_1\lambda + a_0$

<u>Bew:</u> Vollständige Induktion über $n \in \mathbb{N}$.

Dabei:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ -a_0 & \cdots & & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$\lambda \mathbb{1}_n - A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \lambda & 1 \\ a_0 & \cdots & & a_{n-1}+\lambda \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} E_n(\lambda) \\ a_0 \cdots \quad a_{n-1}+\lambda \end{pmatrix}$$

<u>IA:</u> $n = 1$ $\quad A = -a_0 \quad \Rightarrow \quad \det(\lambda \mathbb{1}_n - A) = \lambda + a_0$ ✓

<u>IV:</u> $\det(\lambda \mathbb{1}_{n-1} - A) = \lambda^{n-1} + a_{n-2}\lambda^{n-2} + \cdots + a_1\lambda + a_0$

gelte für festes $n-1 \in \mathbb{N}$.

<u>IS:</u> $n-1 \rightarrow n$

$$\det(\lambda \mathbb{1}_n - A) = \det\begin{pmatrix} E_n(\lambda) \\ a_0 \cdots \quad a_{n-1}+\lambda \end{pmatrix}$$

nach 1. Spalte entwickeln

$$= \lambda \cdot \det\begin{pmatrix} E_{n-1}(\lambda) \\ a_1 \cdots \quad a_{n-1}+\lambda \end{pmatrix} + (-1)^{n+1} a_0 (-1)^{n-1}$$

$$\overset{(IV)}{=} \lambda \cdot \left[\left(\lambda^{n-1} + a_{n-1}\lambda^{n-2} + \cdots + a_2\lambda + a_1\right) \right]$$

$$+ \, a_0$$

$$= \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \qquad \square$$