

Aufgabe 7.2.2

Definieren der Startwerte und der Funktionen $s[m]$ und $t[m]$

```

s[4] = 2 * sqrt(2);
t[4] = 4;
t[m_] := t[m] = N[(2 * s[m/2] * t[m/2]) / (t[m/2] + s[m/2]), 50]
s[m_] := s[m] = N[sqrt[s[m/2] * t[m]], 50]
Genau[m_] := N[t[m] - s[m], 50]
Stellen[m_] := -Round[Log[10, Genau[m]]]

```

Nach 28 Schritten haben wir unser Ziel schon erreicht:

```

x = 28
N[s[2 * 2^x], 17]
N[t[2 * 2^x], 17]
Genauigkeit = t[2 * 2^x] - s[2 * 2^x]
Stellen[2 * 2^x]

```

28

3.1415926535897932

3.1415926535897933

$5.3787316059948319589741 \times 10^{-17}$

16

Die Entwicklung kann man noch übersichtlich in einer Tabelle anordnen:

```

Table[{N[s[2 * 2^i], Stellen[2 * 2^(i + 3)]],
      N[t[2 * 2^i], Stellen[2 * 2^(i + 3)]], N[s[2 * 2^i] - t[2 * 2^i], 3]}, {i, 1, 28}];
TableForm[%, TableHeadings -> {Table[2 * 2^i, {i, 1, 28}], {"s[m]", "t[m]", "Genauigkeit"}}]

```

	s[m]	t[m]	Genauigkeit
4	2.8	4.0	-1.17
8	3.1	3.3	-0.252
16	3.12	3.18	-0.0612
32	3.137	3.152	-0.0152
64	3.140	3.144	-0.00379
128	3.1413	3.1422	-0.000946
256	3.1415	3.1418	-0.000237
512	3.14157	3.14163	-0.0000591
1024	3.141588	3.141603	-0.0000148
2048	3.141591	3.141595	-3.70×10^{-6}
4096	3.1415923	3.1415933	-9.24×10^{-7}
8192	3.1415926	3.1415928	-2.31×10^{-7}
16384	3.14159263	3.14159269	-5.78×10^{-8}
32768	3.141592649	3.141592663	-1.44×10^{-8}
65536	3.141592652	3.141592656	-3.61×10^{-9}
131072	3.1415926533	3.1415926542	-9.02×10^{-10}
262144	3.1415926535	3.1415926537	-2.26×10^{-10}
524288	3.14159265357	3.14159265363	-5.64×10^{-11}
1048576	3.141592653585	3.141592653599	-1.41×10^{-11}
2097152	3.141592653589	3.141592653592	-3.53×10^{-12}
4194304	3.1415926535895	3.1415926535904	-8.81×10^{-13}
8388608	3.1415926535897	3.1415926535899	-2.20×10^{-13}
16777216	3.14159265358977	3.14159265358983	-5.51×10^{-14}
33554432	3.141592653589789	3.141592653589802	-1.38×10^{-14}
67108864	3.141592653589792	3.141592653589796	-3.44×10^{-15}
134217728	3.1415926535897930	3.1415926535897938	-8.61×10^{-16}
268435456	3.1415926535897932	3.1415926535897934	-2.15×10^{-16}
536870912	3.14159265358979322	3.14159265358979327	-5.38×10^{-17}