

Stetigkeit von Polynomen

Beh: Das Polynom $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$ ist stetig.

Bew: Sei x_n Folge mit $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$, dann gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot x_n) \stackrel{(*)}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n) = x^2 \quad \square$$

Wobei bei (*) die Limes-Rechenregeln für Folgen eingehen. Analog kann man so die Stetigkeit eines beliebigen Polynoms zeigen und insbesondere kann man mit den Limes-Rechenregeln für Folgen auch ganz schnell zeigen, dass jede Verkettung (Summe, Produkt, Komposition und gegebenenfalls Quotient) von stetigen Funktionen wieder stetig ist. Wenn man das einmal gemacht hat, dann folgt die Stetigkeit aller Polynome sofort aus der Stetigkeit von $f(x) = x$.